

סדנת ריננון במתמטיקה למדעים והנדסה

פרק 6 - חוקי הלוגריתמים, משוואות ואי-שוויונים לוגרייטמיים

תוכן העניינים

1. הגדרת הלוגריתם	(לא ספר)
2. חוקי הלוגריתמים ישן	(לא ספר)
3. משוואות לוגרייטמיות הנפתרות באמצעות הגדרת הלוג	(לא ספר)
4. משוואות לוגרייטמיות הנפתרות באמצעות חוקי הלוגרייטמיים	(לא ספר)
5. הוצאת לוג משני אגפי המשווה	(לא ספר)
6. משוואות לוגרייטמיות עם בסיסים שונים	(לא ספר)
7. מערכת משוואות לוגרייטמיות	1
8. מערכת משוואות לוגרייטמיות ומערכות	2
9. אי-שוויונים לוגרייטמיים	3

מערכת משוואות לוגריתמיות:

שאלות:

פתרו את מערכות המשוואות הבאות :

$$\begin{cases} \log_6^2 x - \log_6(2y-2) = 2 \\ \frac{1}{2}x = y-1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} y = \log_2 x \\ y = 6 - \log_2 x \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \log_3(x+y) = \log_3(4x+y) - 2 \\ \log_5(5x+3y) = 2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \log_2(\log_3(x-y)) = 1 \\ \log_5(x+y-11) = \log_{25}x + \frac{1}{2}\log_5(y+2) \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \log_2 x^2 + \log_3 \frac{1}{y} = 9 \\ \log_2 \sqrt{x} + \log_{\sqrt[3]{3}} y = -1 \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \log_5 x + 6\log_4 y = 11 \\ 10\log_5 x - 2\log_4 y = 17 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} xy = 27 \\ x^{\log_3 y} = 9 \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \log_5 x + 2^{\log_2 y} = 6 \\ x^y = 5^8 \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} 2^{\frac{\log_1(2x-y)}{2}} = 7^{\log_7 \frac{2x+y}{15}} \\ \log_3 x + \log_3 y = \frac{1}{\log_{28} 3} \end{cases} \quad (9)$$

תשובות סופיות:

- | | | |
|------------------------------------|---|-------------------------|
| $(8, -5)$ (3) | $(36, 19), \left(\frac{1}{6}, 1\frac{1}{12}\right)$ (2) | $(8, 3)$ (1) |
| $\left(16, \frac{1}{3}\right)$ (6) | $(25, 8)$ (5) | $(16, 7)$ (4) |
| $(4, 7)$ (9) | $(3, 9), (9, 3)$ (8) | $(25, 4), (625, 2)$ (7) |

מערכת משוואות לוגרิตמיות ומעריכיות:

שאלות:

פתרו את מערכות המשוואות הבאות :

$$\begin{cases} 25^y = (5\sqrt{5})^{x+1} \\ \log_5 \sqrt{x} + \log_5 \sqrt{y} = \log_5 3 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} y = \log_2 (4^x - 2) \\ y = 2x - 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x \cdot \log_2 3 = \frac{y}{\log_9 2} \\ \log_3 (9^x + 27) = 2y + \log_3 12 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} 3y + 5 \log_6 x = 1 \\ 216 \cdot x^{2-y} = 6^{1-4y} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x = \log_4 (5 - 9^y) \\ \log_2 (2^x + 3) = \log_4 (29 - (3^y - 3)^2) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} (2^x - 1)^2 - 4y + 3 = 0 \\ x = \log_2 (y + 1) \end{cases} \quad (5)$$

תשובות סופיות:

$$(36, -3), \left(6, -1\frac{1}{3}\right) \quad (3)$$

$$(3, 3) \quad (2)$$

$$(1, 1) \quad (1)$$

$$(1, 0) \quad (6)$$

$$(1, 1), (2, 3) \quad (5)$$

$$\left(1, \frac{1}{2}\right), (2, 1) \quad (4)$$

אי-שוויונים לוגריתמיים:

סיכום כללי:

. $0 < a < 1$ $x < y \Rightarrow \log_a x > \log_a y$ $a > 1 \Rightarrow x > y \Rightarrow \log_a x > \log_a y$ עבור : $x > 1$ והוא :

שאלות:

פתרו את אי-השוויונים הבאים :

$$\log_6(x^2 - 5x) < 1 \quad (2)$$

$$\log_2 x < \log_2(5x - 20) \quad (1)$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(1 - 3x) \geq \log_{\frac{1}{2}}(7 - x) \quad (4)$$

$$\log_3 x > \log_9(15 - 2x) \quad (3)$$

$$\ln x < 3 \quad (6)$$

$$\ln x \geq \ln(x^2 - 12) \quad (5)$$

$$\frac{6}{\ln^2 x} \geq 2 - \frac{1}{\ln x} \quad (8)$$

$$\ln^2 x - 6 \ln x < 7 \quad (7)$$

תשובות סופיות:

$$-1 < x < 0, 5 < x < 6 \quad (2)$$

$$x > 5 \quad (1)$$

$$-3 \leq x \leq \frac{1}{3} \quad (4)$$

$$3 < x < 7 \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$0 < x < e^3 \quad (6)$$

$$2\sqrt{3} < x \leq 4 \quad (5)$$

$$x \neq 1 \text{ וגם } \frac{1}{\sqrt{e^3}} \leq x \leq e^2 \quad (8)$$

$$\frac{1}{e} < x < e^7 \quad (7)$$